

作业一 (9月29日课堂上交)

1. 设 $f: X \rightarrow Y$ 为映射。设 A 和 B 为 Y 中的子集。证明:

$$f^{-1}(A \cup B) = f^{-1}(A) \cup f^{-1}(B)。$$

2. 用 \mathbb{N} 代表自然数全体组成的集合, 用 \mathbb{Q} 代表有理数全体组成的集合。证明:

$$|\mathbb{N}| = |\mathbb{Q}|。$$

提示: 每个正有理数可以唯一的写成 $\frac{p}{q}$ 的形式, 其中 p 和 q 都为正整数且 p 与 q 互素。

3. 证明 De Morgan 律。具体的说, 对于任意集合 A 、 B 和 C , 证明

i) $A - (B \cup C) = (A - B) \cap (A - C)$

ii) $A - (B \cap C) = (A - B) \cup (A - C)$